



Partie 2



Les problèmes liés aux
deux finalités de la
géométrie

Le problème de la
visualisation sur les
figures

Le problème de l'usage
des instruments



Marie-Jeanne
Perrin-Glorian



* De la reproduction de figures géométriques avec des instruments
à leur caractérisation par des énoncés.

M.J. Perrin-Glorian et M. Godin - Math-école 222 / Novembre 2014

Quelques repères sur les formes et figures planes

Du début de la scolarité au collège



Voilà un problème* de figure à compléter proposé à des élèves de CE2-CM1-CM2

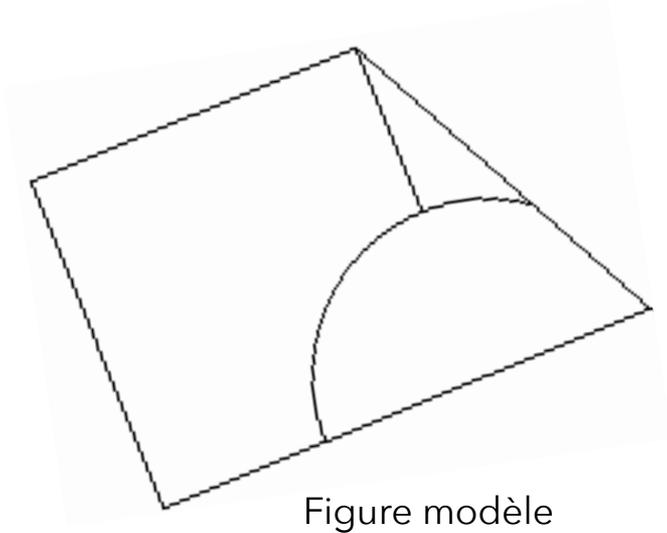


Figure modèle

Instruments autorisés :

Règle non graduée
Compas



Figure à compléter



Selon vous,
quelles sont les **difficultés de ces élèves** ?

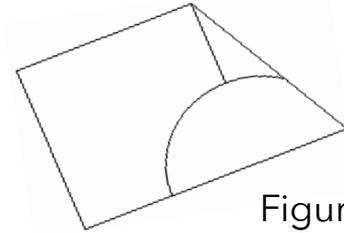
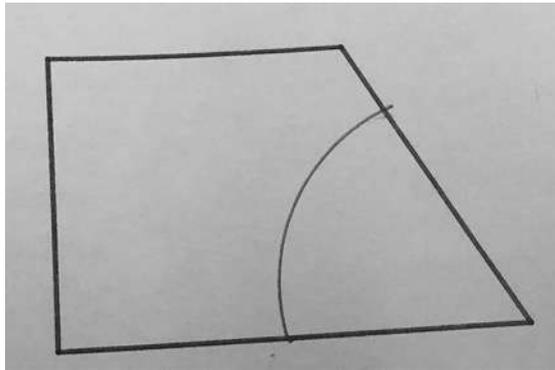
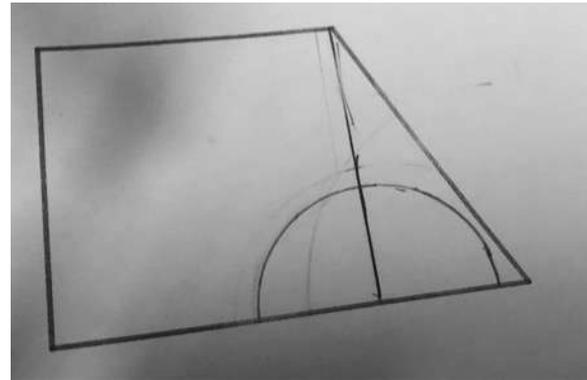


Figure modèle



Elève 1



Elève 2



Selon vous, quelles sont les **difficultés de ces élèves** ?

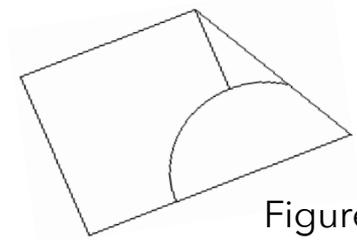
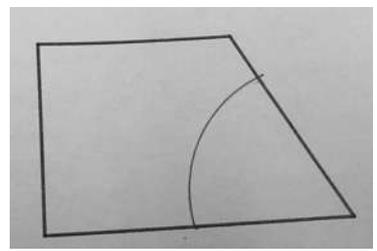
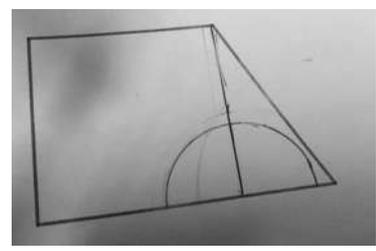


Figure modèle

mauvais usage des instruments ?
mauvaise analyse de la figure ?



Elève 1



Elève 2



- 1- Réaliser le tracé de la figure.
- 2- **Que devaient faire les élèves pour réussir ?**

Instruments autorisés :

Règle non graduée

Compas

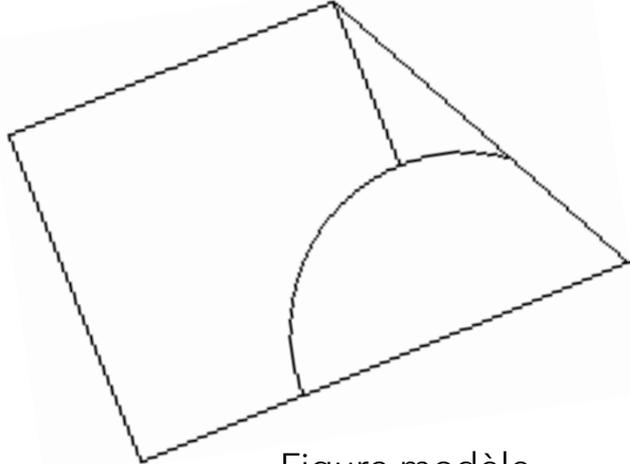


Figure modèle



Figure à compléter

- ?
- 1- Réaliser le tracé de la figure.
2- **Que devaient faire les élèves pour réussir ?**

**Instruments autorisés :**

Règle non graduée

Compas

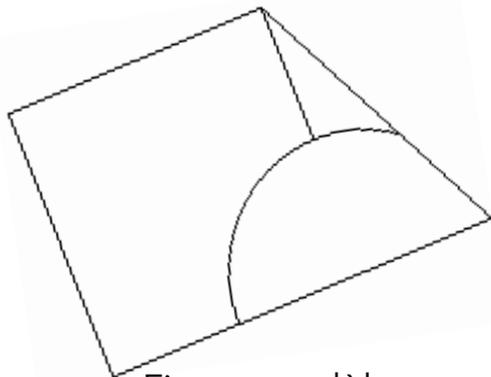
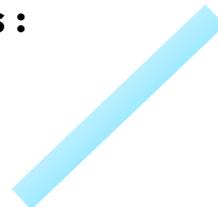


Figure modèle

- voir des **sous-figures**: un carré et un triangle
- **utiliser la règle pour prolonger le côté** du carré / du triangle pour les faire apparaître
- identifier que **le point d'intersection** obtenu est le **centre de l'arc de cercle**
- pour cela positionner la **pointe du compas** sur le **point d'intersection**, comparer des longueurs



Figure à compléter



Quel lien les élèves font-ils entre le centre d'un cercle et la pointe d'un compas ?

Instruments autorisés :

Règle non graduée

Compas

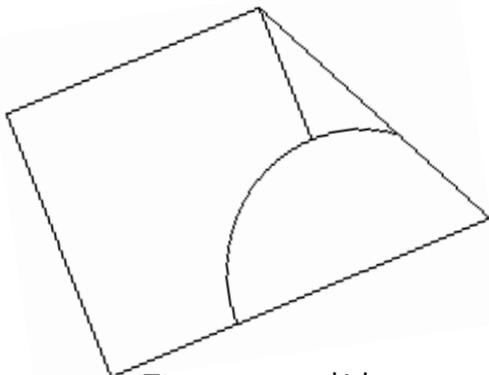


Figure modèle

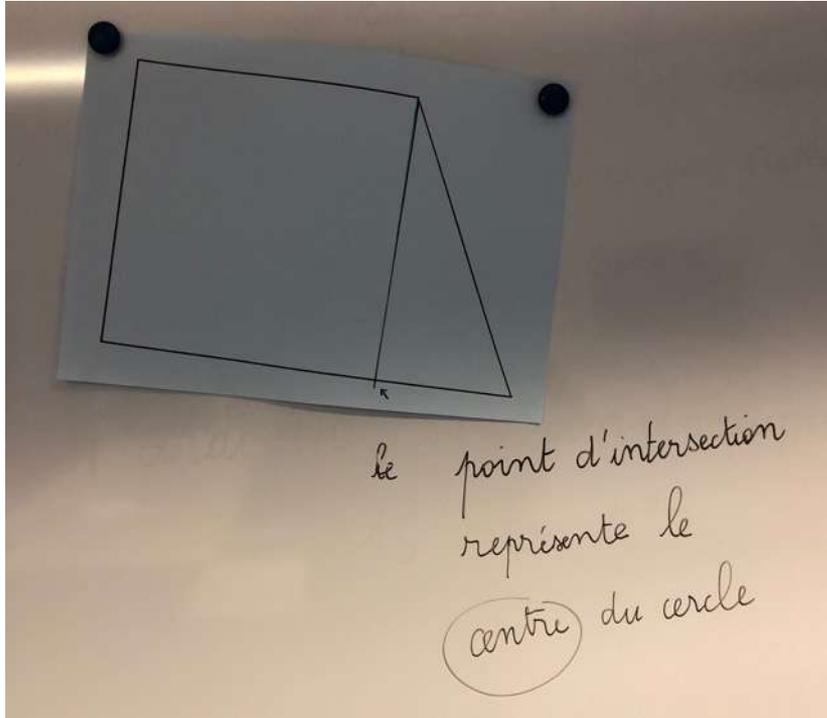


Vidéo
1

Cliquer sur **le lien** dans le **Chat**



vidéo 01: représentation pointe du compas / centre d'un cercle

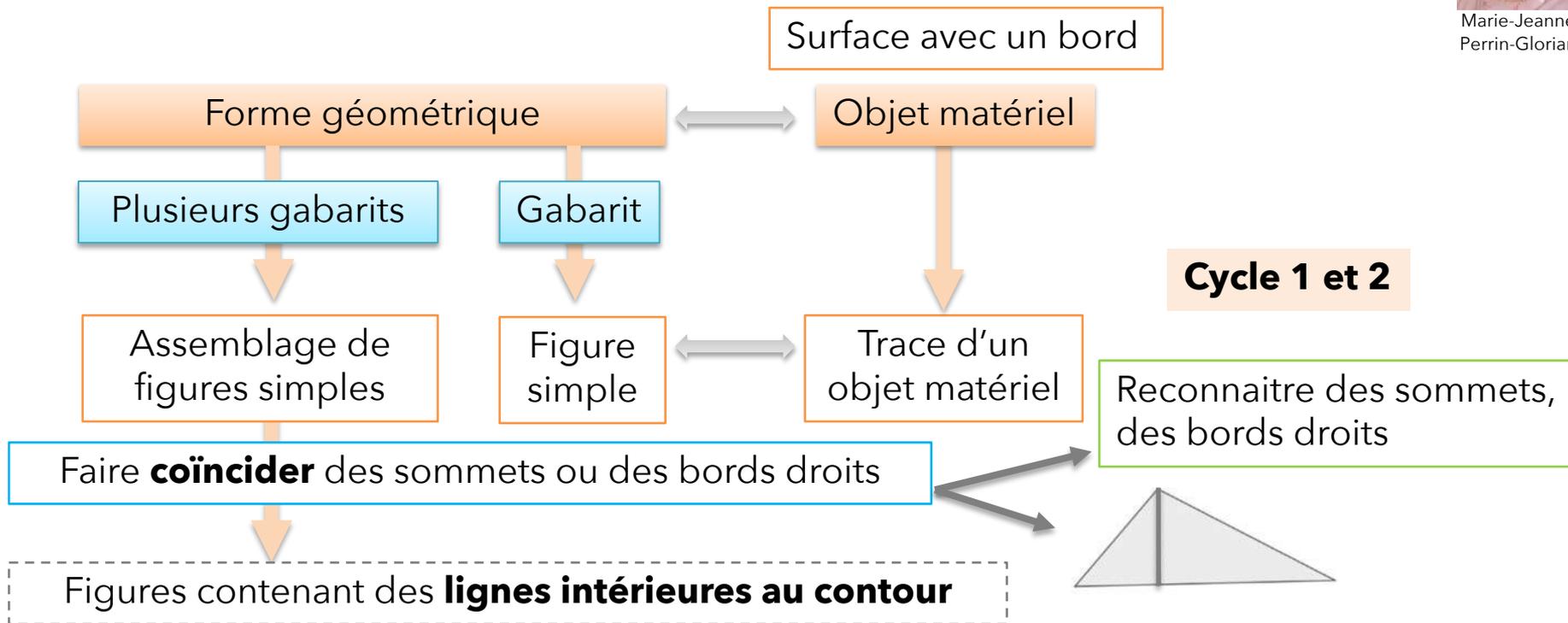


Comment les élèves interprètent-ils
les représentations graphiques ?

Rôle de l'enseignant
Rôle du langage



Marie-Jeanne
Perrin-Glorian



Tracés qui développent des techniques liées à des **premières connaissances** sur les objets

Marie-Jeanne
Perrin-Glorian

Figure

Objet géométrique défini par des propriétés

Expriment des **relations** entre les **points** et les **lignes** d'une figureFaire de la géométrie consiste à **déduire** des propriétés nouvelles à partir de théorèmes ou propriétés données pour définir la figure

Les **difficultés des élèves** à rédiger une démonstration en langage géométrique sont étudiées dans de nombreuses recherches

Ces recherches se sont plus rarement intéressées **au regard** qu'il faut porter sur les figures pour trouver la solution



Marie-Jeanne
Perrin-Glorian

Dans une démonstration, il est souvent nécessaire :

Enjeux pour une continuité
avec le collègue

D'isoler des **sous-figures**.

De reconnaître des sous-figures identiques dans des **positions différentes**

De **faire intervenir des lignes ou des points** qui ne sont pas donnés dans la description initiale, **pas tracés sur la figure**.



Comment un tel regard géométrique peut-il se construire ?



Raymond Duval



*R. Duval et M. Godin : Les changements de regard nécessaires sur les figures
Revue Grand N, n°76. p7-27



Troisième caractéristique de la géométrie

Développer une certaine flexibilité de regard sur les figures

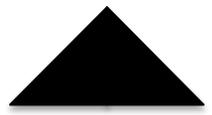


Selon vous, pourquoi cet exercice ?



Top: Box with two black triangles pointing right.

Black trapezoid	Black pentagon
Black house shape	Black triangle pointing up



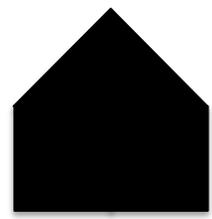
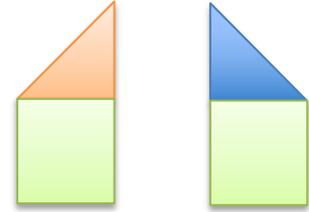
Top: Box with two black triangles pointing right.

Black arrow pointing up	Black pentagon
Black house shape	Black arrow pointing down

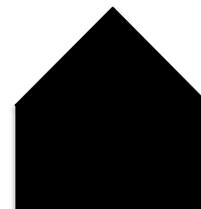
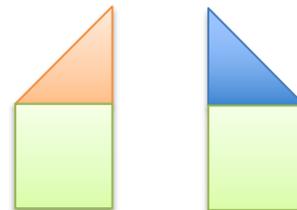
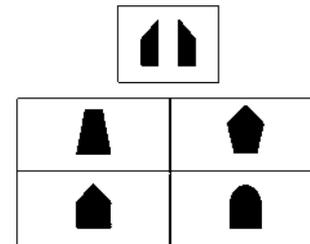
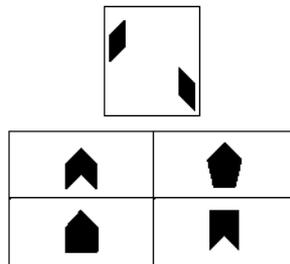
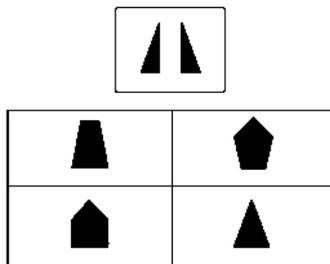


Top: Box with two black triangles pointing right.

Black trapezoid	Black pentagon
Black house shape	Black archway shape

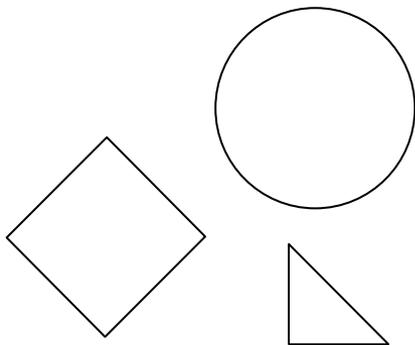


Apprendre à développer un certain regard sur les formes :« décomposer » une figure donnée par sa silhouette.... à retrouver la composition de deux formes ...

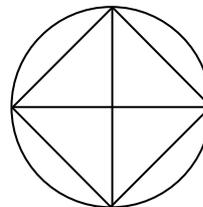


Attendus de fin de cycle:

Reconnaitre, nommer, décrire, comparer, vérifier
reproduire, représenter, construire :



Des figures simples



**Des figures complexes
(assemblages de figures simples)**

Quels sont les liens avec les programmes ?



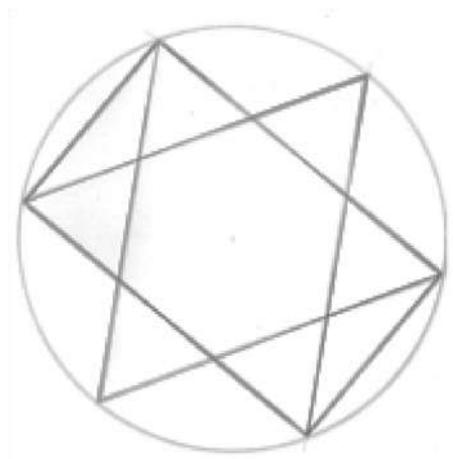
Ce que sait faire l'élève:

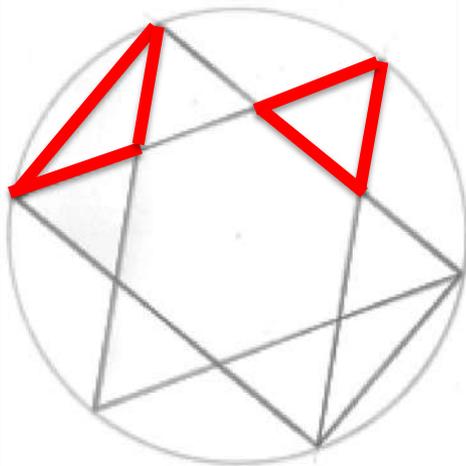
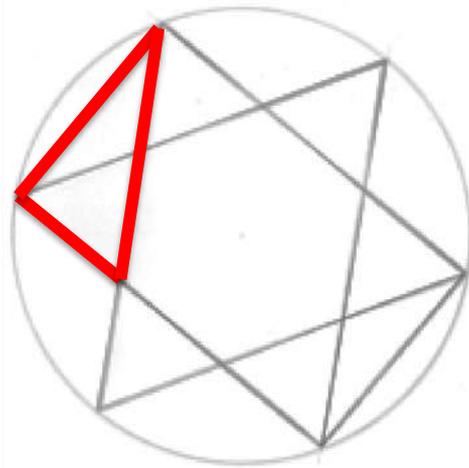
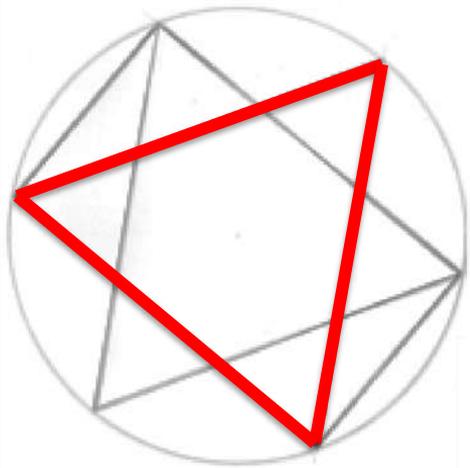
Reconnaitre, nommer, décrire des figures simples ou complexes (**assemblages de figures simples**)

Exemple de réussite:

L'élève repère, dans la figure ci-contre, trois triangles **différents** dont il précise les caractéristiques.

 Voyez vous ces trois triangles ?





Voyez vous ces
trois triangles ?

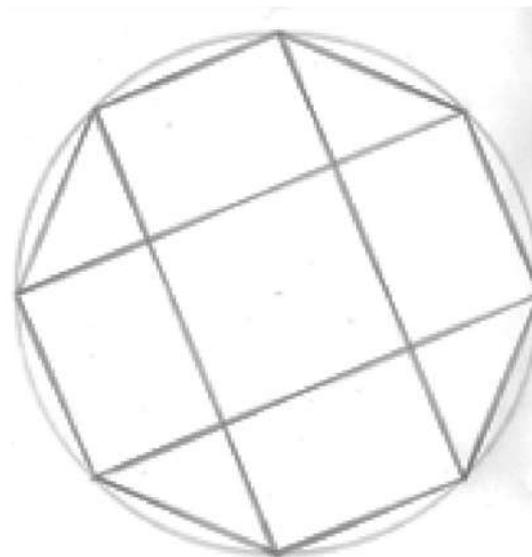


Ce que sait faire l'élève:

Reconnaitre, nommer, décrire des figures simples ou complexes (**assemblages de figures simples**)

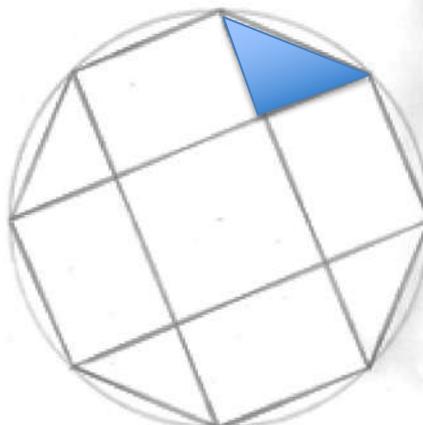
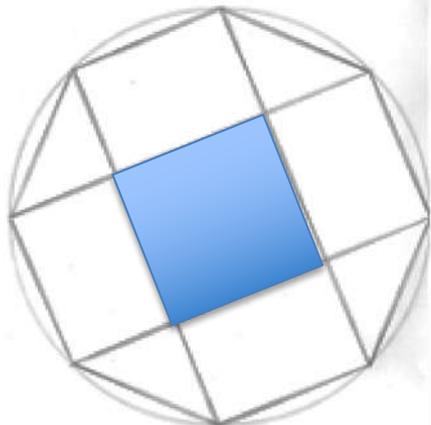
Exemple de réussite:

- L'élève repère, dans la figure ci-contre,
- Un carré et nomme ses sommets A, B, C, D
 - Trois rectangles de dimensions différentes
 - Un triangle rectangle.

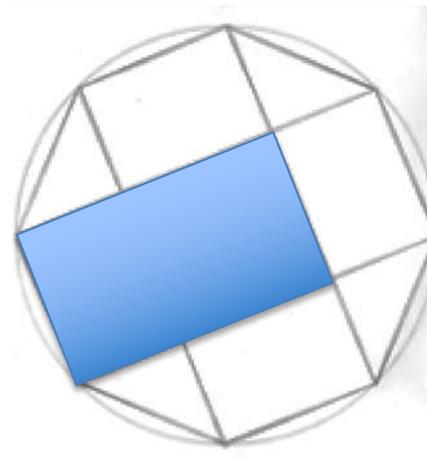
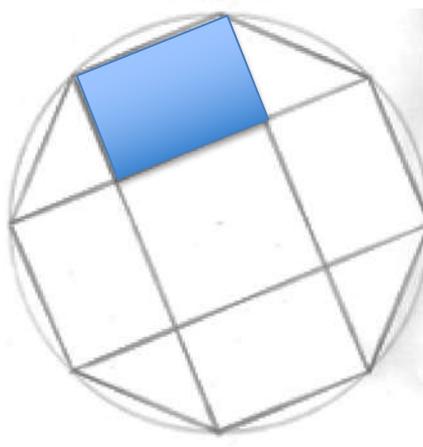
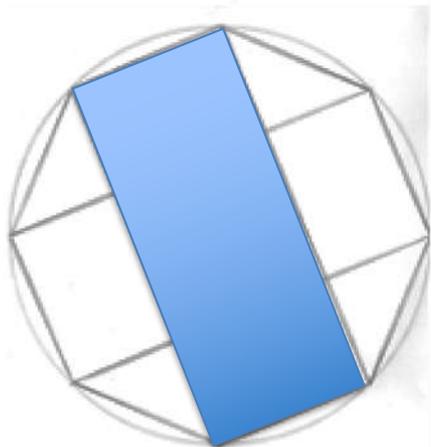


Les voyez vous ?

Quels sont les liens avec les programmes ?



- L'élève repère, dans la figure ci-contre,
- Un carré et nomme ses sommets A, B, C, D
 - Trois rectangles de dimensions différentes
 - Un triangle rectangle.

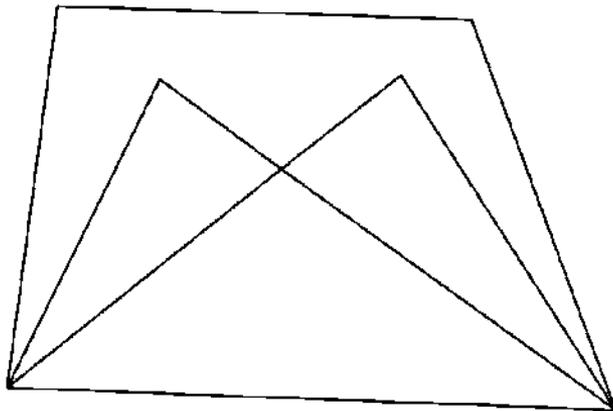




Raymond Duval

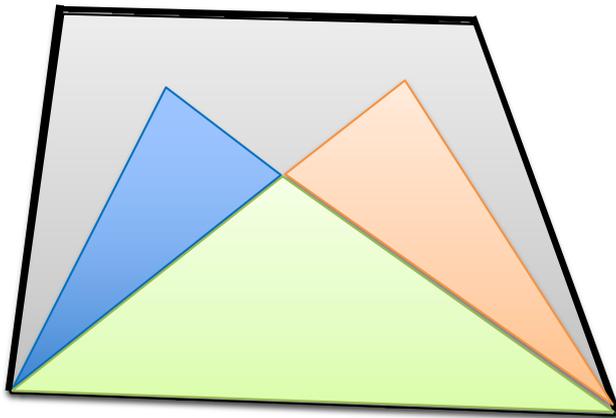
Développer une certaine flexibilité de regard sur les figures

Vision « surfaces » des figures



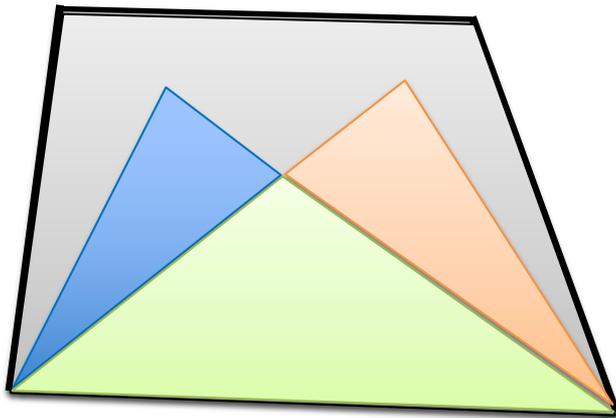
« On voit un assemblage de figures simples »

Vision « surfaces » des figures

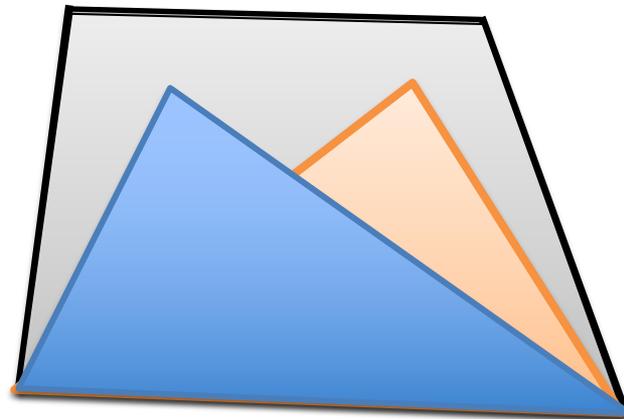


« On voit un assemblage de figures simples, c'est-à-dire des *surfaces qui se juxtaposent* »

Vision « surfaces » des figures

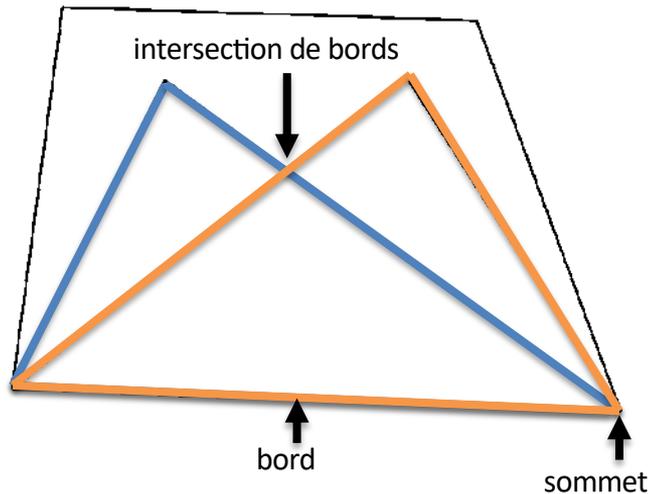


« On voit un assemblage de figures simples, c'est-à-dire des *surfaces qui se juxtaposent* ou qui *se chevauchent* »



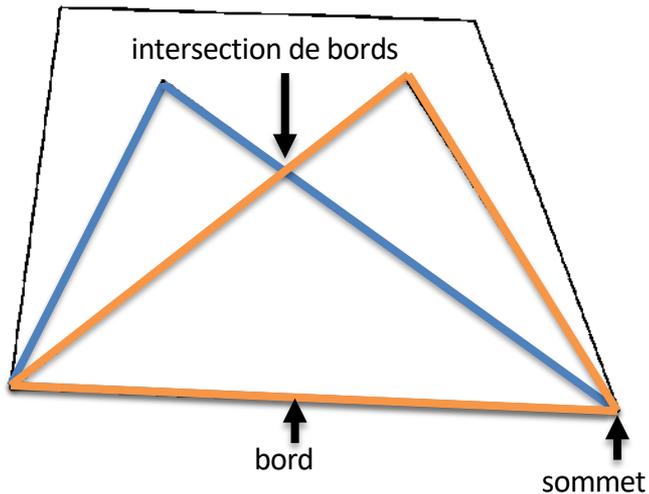


Vision « surfaces » des figures



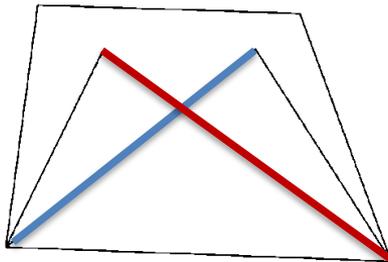
« Des lignes et des points peuvent apparaître mais ce sont des *bords de surfaces*, des *sommets de surfaces* ou des *intersections de bords* »

Vision « surfaces » des figures



« On ne peut pas créer de nouvelles lignes sans déplacer de surface »

Vision « lignes » des figures



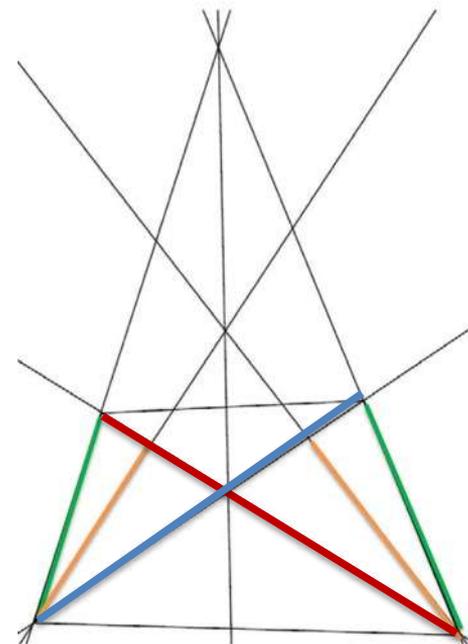
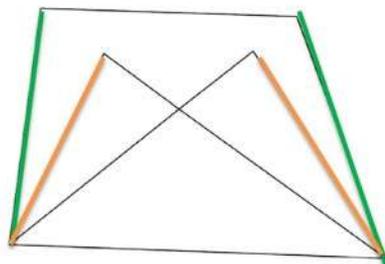
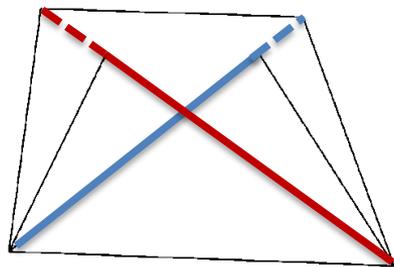
- « les **lignes intérieures** ont une existence propre »
- « **les points** sont des extrémités de lignes ou des **intersections de lignes déjà tracées** »

Vision « lignes » des figures

Il peut rester difficile de

prolonger des lignes pour **définir des points** dont le

lien avec la figure n'est pas direct



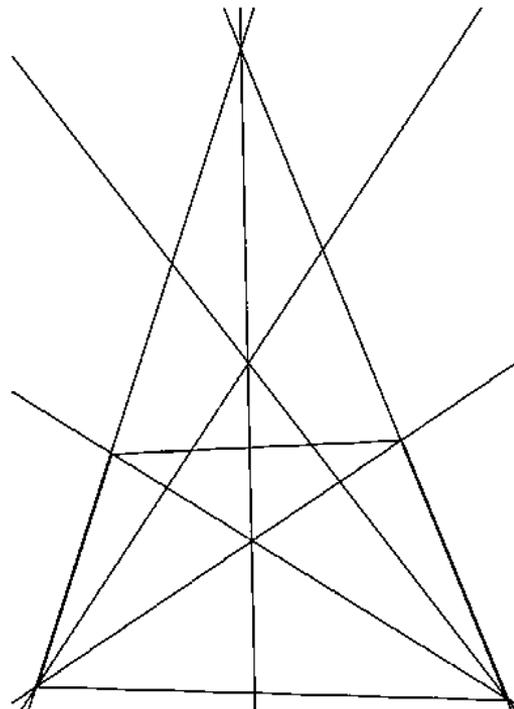
Vision « points » des figures

« on **peut créer des points** par
intersection de deux lignes

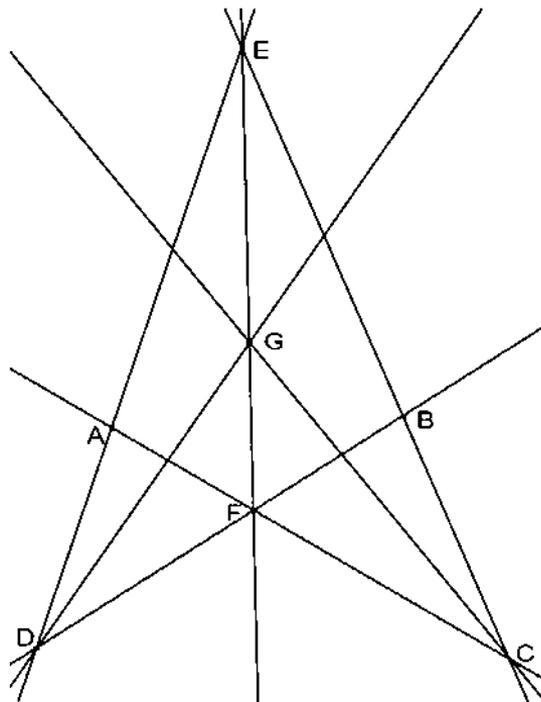
qu'on trace à cet effet

et

les points peuvent définir des lignes »



Vision « points » des figures



On peut identifier des points qui permettent de définir les lignes : la figure est définie par une certaine configuration de points.

La donnée de A, B, C, D (le quadrilatère) détermine E et F
Le choix de G sur (EF) détermine les petits triangles.



Comment un tel regard géométrique peut-il se construire ?

Vision « surfaces » des figures

Vision « lignes » des figures

Vision « points » des figures

Développer une flexibilité de regard sur les figures ...

Comprendre les difficultés des élèves

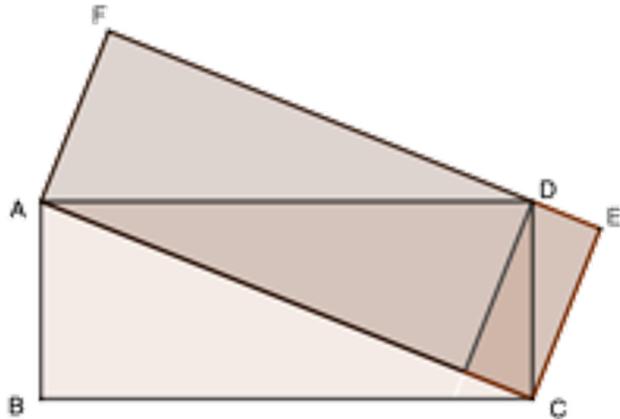


PROBLEME POSÉ

L'aire du rectangle ACEF est-elle plus grande, plus petite ou égale à l'aire du rectangle ABCD ?



Sondage VIA



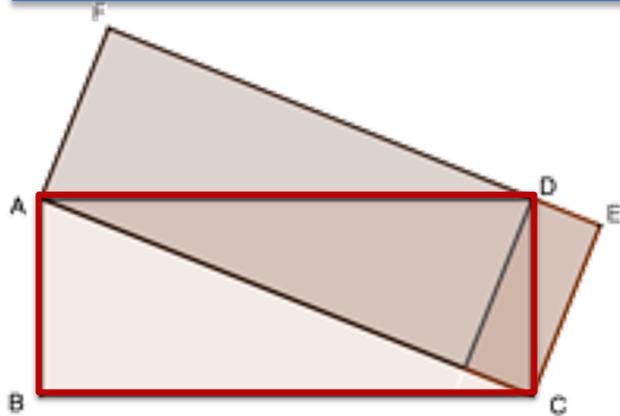


PROBLEME POSÉ

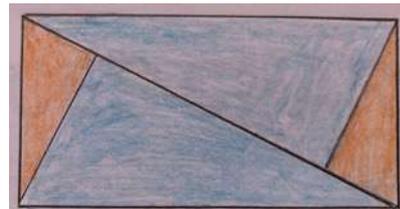
L'aire du rectangle ACEF est-elle plus grande, plus petite ou égale à l'aire du rectangle ABCD ?



Sondage VIA



Les aires sont égales !



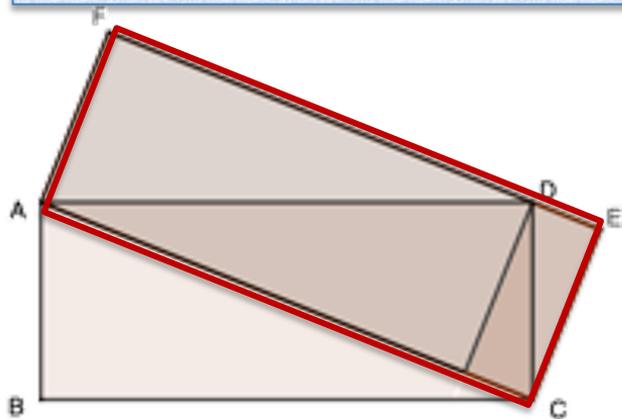


PROBLEME POSÉ

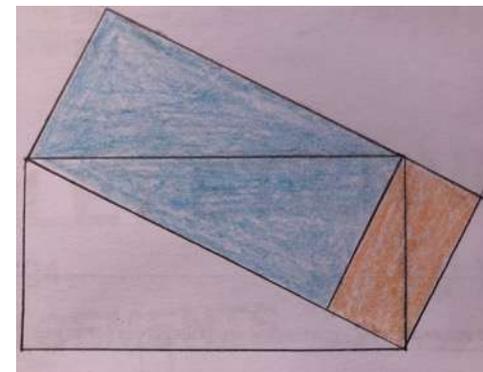
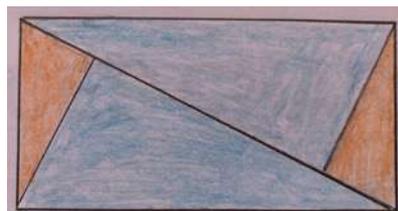
L'aire du rectangle ACEF est-elle plus grande, plus petite ou égale à l'aire du rectangle ABCD ?



Sondage VIA

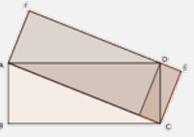


Les aires sont égales !



La manière de voir heuristique est une condition préalable nécessaire pour résoudre un problème géométrique

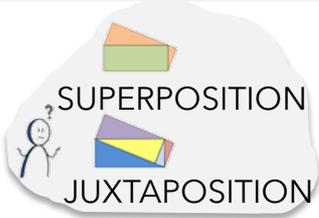
PROBLEME POSÉ



L'aire du triangle ACEF est-elle plus grande, plus petite ou égale à l'aire du rectangle ABCD ?



DE QUELLE MANIÈRE REGARDER CETTE FIGURE POUR RÉSOUDRE CE PROBLÈME ?



Nécessité de **basculer d'un regard à l'autre** pour résoudre un problème !!!

La manière heuristique de voir repose sur des **RENVERSEMENTS DE REGARD**



Voir « un côté »

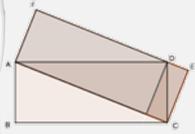


Voir « une diagonale »



Source de difficultés à acquérir le langage géométrique

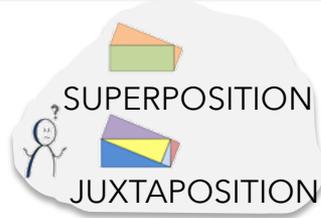
PROBLEME POSÉ



L'aire du triangle ACEF est-elle plus grande, plus petite ou égale à l'aire du rectangle ABCD ?



DE QUELLE MANIÈRE REGARDER CETTE FIGURE POUR RÉSOUDRE CE PROBLÈME ?

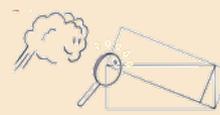


Nécessité de **basculer d'un regard à l'autre** pour résoudre un problème !!!

La manière heuristique de voir repose sur des **RENVERSEMENTS DE REGARD**



Acquérir un **REGARD RÉFLEXE** est LA CONDITION COGNITIVE pour:



explorer visuellement une figure



voir la **propriété mathématique**



...afin de résoudre un problème...



QUELLE CAPACITÉ ? **DÉVELOPPER LA MANIÈRE HEURISTIQUE DE VOIR**

Etre capable de reconnaître visuellement toutes les unités figurales 2D à partir des unités figurales 1D dont les tracés forment de la figure de départ



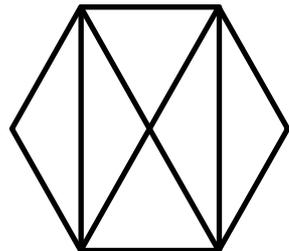
Exemples de situations à mener en classe pour développer une certaine flexibilité de regard sur les figures

Jeu de tangram

- Garder en tête la nécessité de travailler sur les **décompositions de figures**
- Faire réaliser des assemblages de formes aux élèves, des tracés de ces assemblages



Matériel : Learning resources

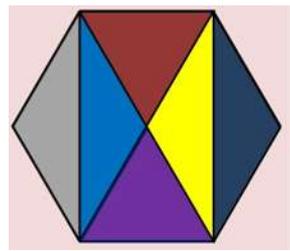


Une figure complexe
(composée de figures simples)

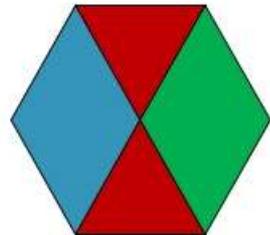
La moisson des formes
<http://moissondesformes.fr/>

Vision surface

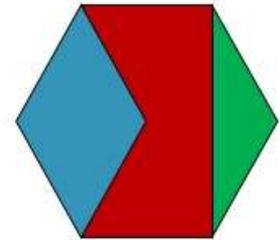
Vision contour



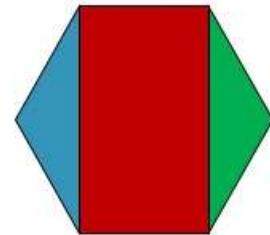
Assemblage par juxtaposition :
6 triangles



Assemblage par chevauchement :
1 rectangle et 2 losanges



Assemblage par chevauchement :
1 rectangle et 2 losanges



Assemblage par chevauchement :
1 rectangle et 2 losanges

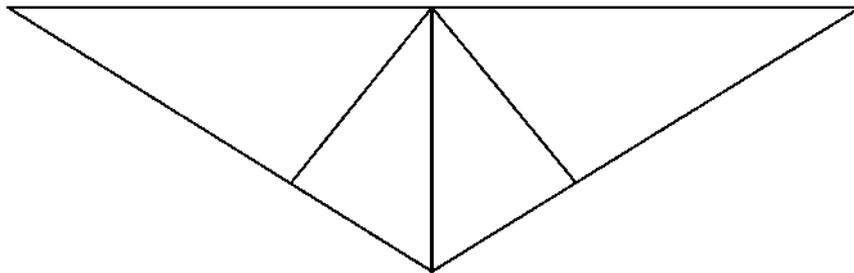
Reconnaitre, nommer, décrire des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples)



Exemples de situations à mener en classe pour développer une certaine flexibilité de regard sur les figures

- Garder en tête la nécessité de travailler sur les **décompositions de figures**

Combien vois-tu de triangles ?

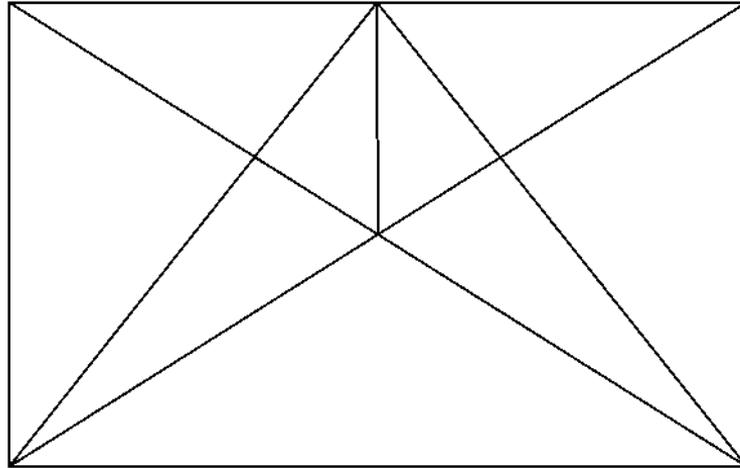


Et vous, combien en voyez-vous ?

Exemples de situations à mener en classe pour développer une certaine flexibilité de regard sur les figures

- Garder en tête la nécessité de travailler sur les **décompositions de figures**

Combien vois-tu de triangles ?

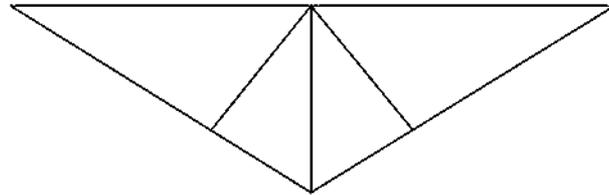
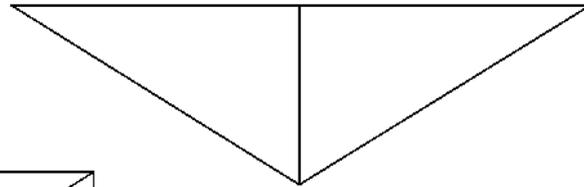
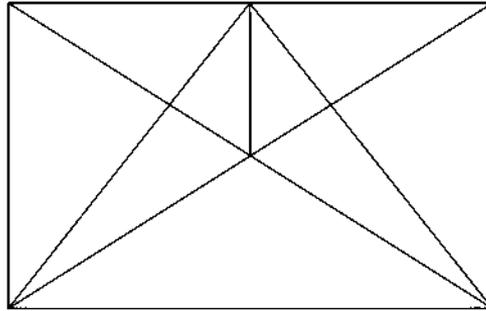
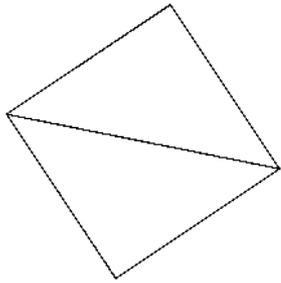


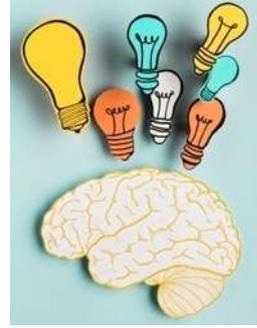
Et vous, combien en voyez-vous ?

Exemples de situations à mener en classe pour développer une certaine flexibilité de regard sur les figures

- Garder en tête la nécessité de travailler sur les **décompositions de figures**

Combien vois-tu de triangles ?



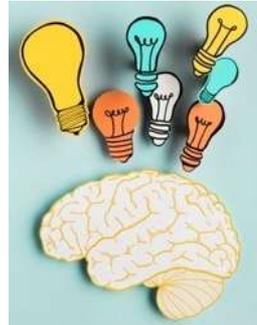


?

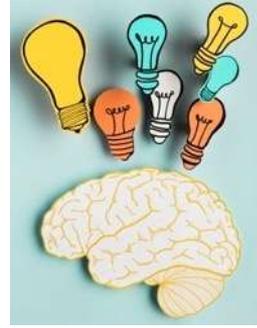
?

Quoi ? Caractéristiques de la géométrie

?



?

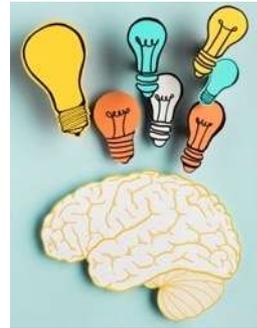


Finalité pratique: apprendre à modéliser l'espace physique

Finalité théorique: apprendre à:
-représenter les caractéristiques géométriques des objets,
- à justifier, à raisonner

Quoi ? Caractéristiques de la géométrie

Apprendre à voir sur une figure fait partie d'un processus



Interprétation complexe des représentations graphiques